UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Curso de Nivelación 2014

MATEMÁTICA

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

Contenido

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES 1
ÁREAS 1
SUPERFICIE 1
ÁREA 1
ÁREA DE UN RECTANGULO 1
ÁREA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO 4
ÁREA DE UN TRIÁNGULO 6
ÁREA DE UN PARALELOGRAMO 7
ÁREA DE UN TRAPECIO 7
ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR 8
ÁREA DE UN CÍRCULO 9
ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR 10

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES

ÁREAS

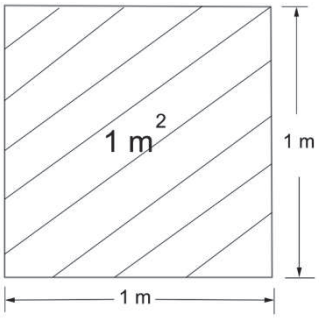
SUPERFICIE

Parte externa de un cuerpo o contorno que delimita el espacio ocupado por un cuerpo.

ÁREA

Medida de una superficie.

Para medir el tamaño de una superficie se utiliza el metro cuadrado como unidad de medición.

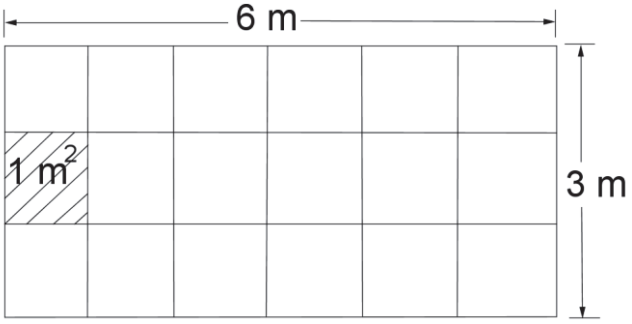


Esta unidad de medida puede resultar muy pequeña si la superficie es muy grande, y puede resultar muy grande si la superficie es muy pequeña, porque existe el milímetro cuadrado, el centímetro cuadrado, el kilómetro cuadrado, etc.

ÁREA DE UN RECTANGULO

Ejemplo: Calcule el área de las siguientes superficies, tomando el metro cuadrado como unidad de medida (superficie no a escala).

1)



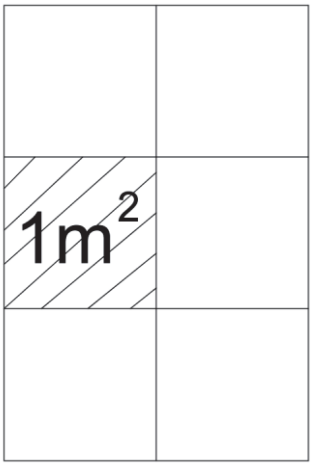
Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Solución:

Cada cuadrado vale $1m^2$ y como en la superficie existen 18, entonces el área de la superficie rectangular es $18m^2$.

$$A = 18m^2 = (6m)(3m)$$

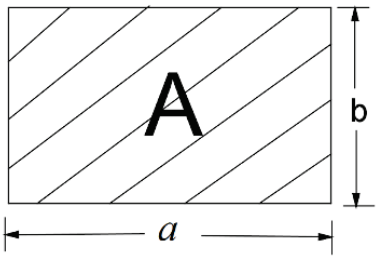
2)



$$A = 6m^2$$

$$A = (2m)(3m)$$

En general, para un rectángulo se tiene:



a : base

b: altura

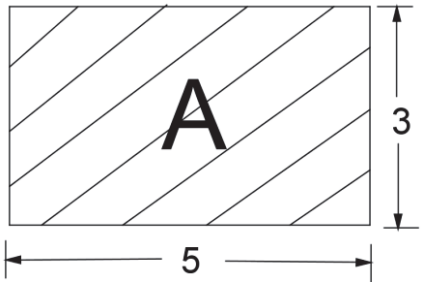
$A = ab$

El área de un rectángulo es igual al producto, de la longitud de la base (a) del rectángulo por la longitud de su altura (b).

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

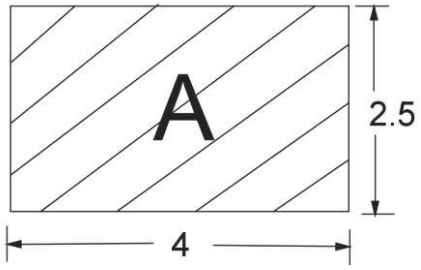
Ejemplo calcule el valor del área de:

1)



$A = (5)(3) = 15$ unidades cuadradas

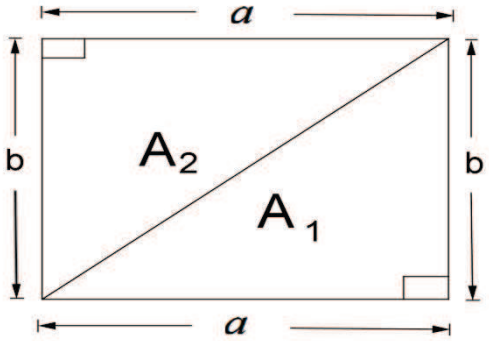
2)



$A = (4)(2.5) = 10$ unidades cuadradas

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

ÁREA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO



A : Área del rectángulo

$A_1 \wedge A_2$: Área del triángulo rectángulo.

$A = A_1 + A_2$, pero $A_1 = A_2$, entonces

$A = A_1 + A_1$

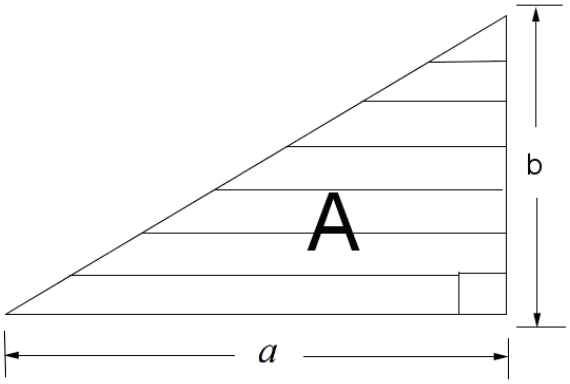
$A = 2A_1 \rightarrow A_1 = \dfrac{A}{2}$, pero $A = ab$,

entonces

$$\boxed{A_1 = \frac{1}{2}(ab)}$$

El área de un triángulo rectángulo (triángulo que tiene un ángulo recto) es igual a la mitad del producto de la longitud de la base por la longitud de su altura.

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

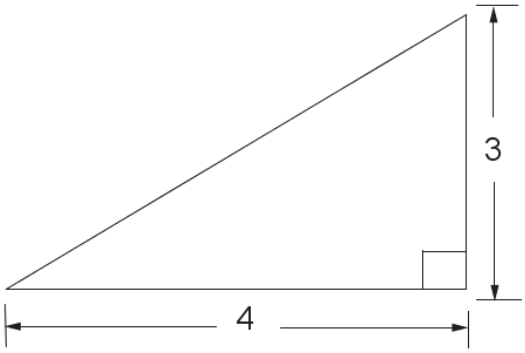


a : base

b: altura

$$A = \frac{1}{2}ab$$

Ejemplo. Calcule el valor del área del triángulo rectángulo siguiente:



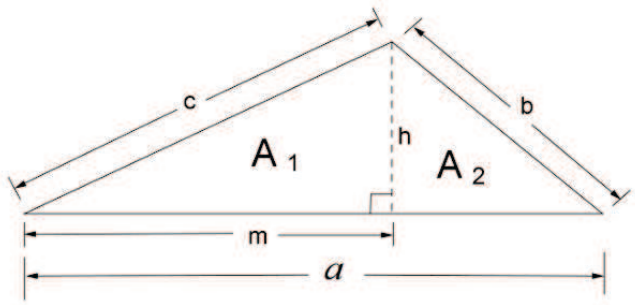
$$A = \frac{1}{2}ab$$

$$A = \frac{1}{2}(4)(3)$$

$A = 6$ Unidades cuadradas.

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

ÁREA DE UN TRIÁNGULO



h : altura

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \frac{1}{2} m\, h$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(a - m)\, h$$

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 \\ &= \frac{1}{2} m\, h + \frac{1}{2}(a - m)\, h \\ &= \frac{1}{2} m\, h + \frac{1}{2} a\, h - \frac{1}{2} m\, h \\ &= \frac{1}{2} a\, h \end{aligned}$$

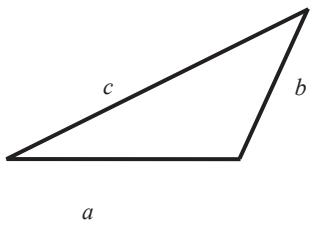
El área de un triángulo cualquiera es igual a la mitad del producto de la longitud de la base por la longitud de su altura.

NOTA: La altura de un triángulo es la perpendicular bajada desde uno de los vértices sobre el lado opuesto o su prolongación.

Si no se conoce la altura h del triángulo, pero conocemos sus tres lados, podemos calcular el área de la siguiente manera.

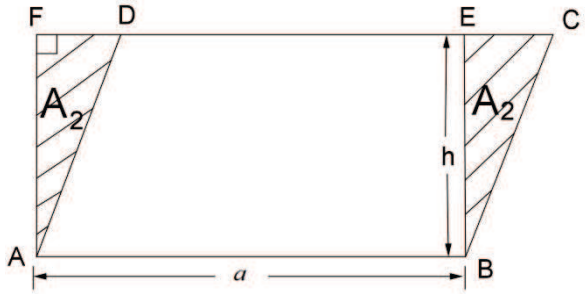
$$A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

donde $S = \frac{1}{2}(a + b + c)$



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

ÁREA DE UN PARALELOGRAMO



A : área del paralelogramo ABCD

A_1 : área del triángulo BCE

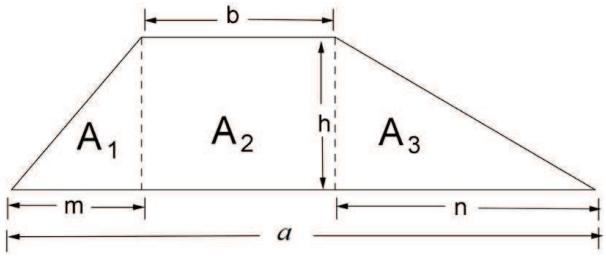
A_2 : área del triángulo ADF

$A_1 = A_2$, ya que triángulo BCE es igual al triangulo ADF

El área del paralelogramo ABCD es igual al área del rectángulo ABEF

$$\boxed{A = a\,h}$$

ÁREA DE UN TRAPECIO



A : área del trapecio

$$A_1 = \frac{1}{2} m\,h$$

$$A_2 = b\,h$$

$$A_3 = \frac{1}{2} n\,h$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= \frac{1}{2} m\,h + b\,h + \frac{1}{2} n\,h$$

$$= \frac{1}{2}(m + 2b + n)$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

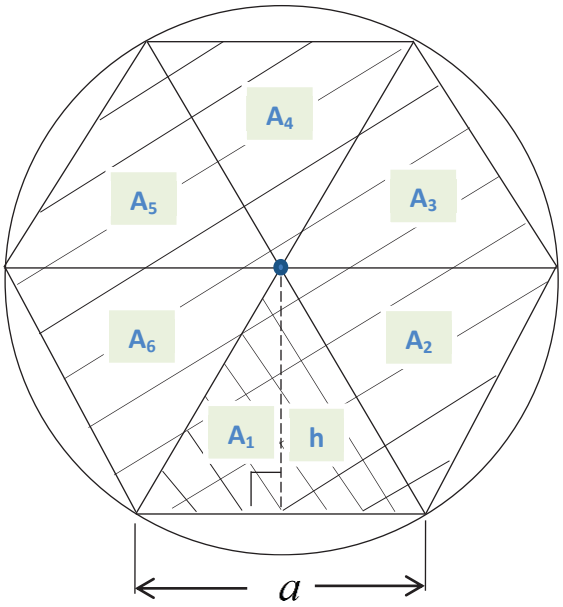
$$= \frac{1}{2}(m + b + n + b), \text{ pero } m + b + n = a$$

$$= \frac{1}{2}h(a + b)$$

$$A = \frac{1}{2}(a + b)h$$

El área de un trapecio es igual al producto de la semi-suma de las bases por la altura.

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR



El área de la superficie hexagonal es igual a la suma de las áreas de los 6 triángulos

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Como los 6 triángulos son iguales y sus áreas son también iguales, entonces

$A = 6A_1$, y $A_1 = \frac{1}{2}ah$ por lo tanto:

$A = 6\left(\frac{1}{2}ah\right)$

$A = \frac{1}{2}(6a)h$, pero el perímetro del Hexágono es $P = 6a$, entonces

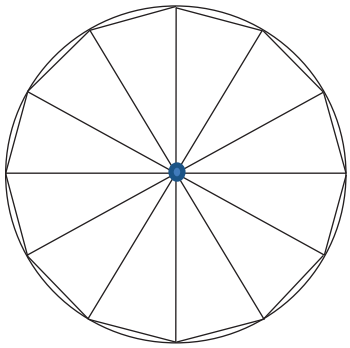
$$\boxed{A = \frac{1}{2}(P)h}$$

Está formula deducida para el área de un hexágono es válida para cualquier polígono regular.

h : Altura del triángulo es conocida con el nombre de apotema.

"El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto del perímetro por el apotema".

ÁREA DE UN CÍRCULO



Al aumentar infinitamente el número de lados del polígono regular inscrito en una circunferencia ocurre que:

a) El perímetro del polígono regular inscrito en la circunferencia se aproxima al perímetro del círculo (longitud de la circunferencia).
b) Cada lado del polígono se hace más pequeño.
c) La apotema se aproxima al radio de la circunferencia.
d) El área del polígono se aproxima al área del círculo.

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Entonces:

$$A = \frac{1}{2}(P)h, \qquad P \approx 2\pi r \;,\; h \approx r \;,\; A_{polígono} \approx A_{círculo}$$

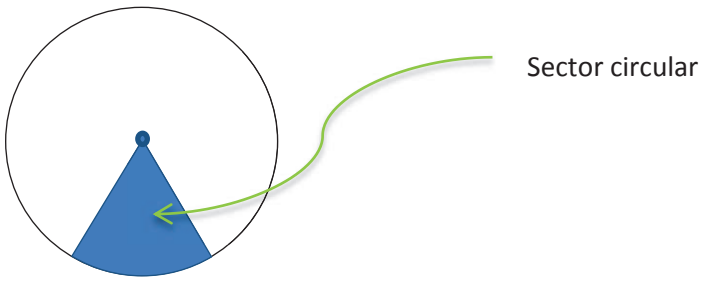
$$A = \frac{1}{2}(2\pi r)r$$

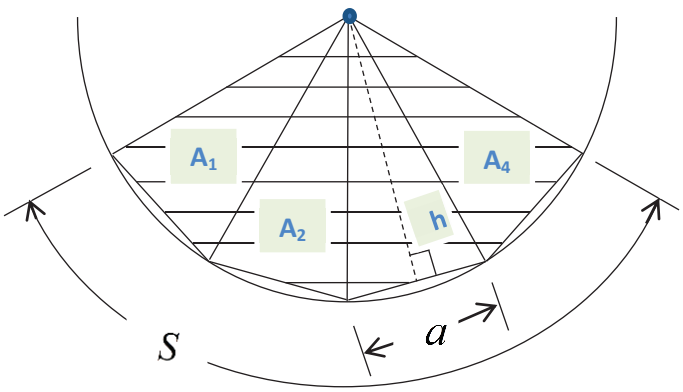
$$\boxed{A = \pi r^2} \;, \text{ como } D = 2r$$

$$A = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR





Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4$$

$$A = 4A_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2}ah \quad \rightarrow \quad A = 4\left(\frac{1}{2}ah\right)$$

$$\boxed{A = \frac{1}{2}(4a)h}$$

Para n triángulos $(n\ lados)$ se tiene que

$$\boxed{A = \frac{1}{2}(na)h}$$

Cuando n es muy grande, se tiene que

$$na \approx S \ , \ h \approx r \ , A = A_{Sector_Circular}$$

$$\boxed{A = \frac{1}{2}(S)r}$$

El área de un sector circular es igual a la mitad del producto de la longitud del arco por la longitud del radio.

Para mayor utilidad de la fórmula anterior, debemos modificarla para expresarla en términos del ángulo que tiene su vértice en el centro del círculo. Por lo tanto veamos el sistema circular para medidas de ángulos.

Recordemos que $S = \theta r$ por lo tanto el área del sector circular es:

$$\boxed{A = \frac{1}{2}\theta r^2}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013